



Gödel en de onvolledigheid

Beschrijving

Kurt Gödel was een Oostenrijkse wiskundige en logicus. Geboren in 1906, leverde hij belangrijke bijdragen aan de logica, de verzamelingenleer en de grondslagen van de wiskunde.

Kurt Gödel, geboren op 28 april 1906 in Bränn, Oostenrijk â?? tegenwoordig zouden we het Brno, Tsjechië noemen â?? is volgens velen de belangrijkste wiskundige van de twintigste eeuw, de man die met zijn Onvolledigheidsstelling uit 1931 de hele wiskunde op zijn kop heeft gezet.



Kurt Gödel (1906-1978)

Het artikel waarin Gödel in 1931 zijn fameuze stelling bewees, had als titel *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme*.

De stelling stelt dat er in elk redelijk wiskundig systeem altijd ware beweringen zullen zijn die niet kunnen worden bewezen. Het resultaat was een enorme schok voor de wiskundige gemeenschap, waar de heersende opvatting een onwrikbaar optimisme was over de kracht en het bereik van hun onderwerp.

Er werd aangenomen dat wiskunde *volledig* was, wat betekent dat alle wiskundige beweringen aantoonbaar of weerlegbaar zijn. De 25-jarige Gödel toonde aan dat dit onjuist was door een waarheidsgetrouwe verklaring te construeren die niet bewijsbaar was. Wiskunde, kondigde hij aan, heeft zijn grenzen.

De onvolledigheidsstelling transformeerde de studie van de grondslagen van de wiskunde en zou een belangrijk resultaat worden voor de informatica, omdat het aantoont dat alle geformaliseerde systemen, zoals codeertalen, beperkingen hebben op wat ze kunnen bereiken.

De onvolledigheidsstelling van Gödel bestaat uit 2 stellingen:

- 1e onvolledigheidsstelling stelt dat er in elk *consistent formeel* systeem altijd ware beweringen zullen zijn die niet kunnen worden bewezen.
- 2e onvolledigheidsstelling zegt dat geen enkel *consistent* systeem zijn eigen consistentie kan bewijzen.

Een *formeel* systeem is een set axioma's (basisveronderstellingen) en regels die bepalen wat er uit die axioma's kan worden afgeleid. Het doel van een formeel systeem is om een deel van de wiskunde, zoals rekenen, vast te leggen op een manier die rigoureus kan worden bewezen.

Een *consistent formeel* systeem is er een zonder tegenstrijdigheden.

Een *compleet* systeem is een systeem waarin elke ware bewering binnen het systeem kan worden bewezen.

De onvolledigheidsstelling van Gödel vertelt ons dat geen enkel formeel systeem zowel consistent als volledig kan zijn.

Gödel's eerste onvolledigheidsstelling

Gödel toonde aan dat als een formeel systeem consistent is, er ware beweringen in het systeem zijn die niet kunnen worden bewezen. Met andere woorden, er zullen altijd *onbeslisbare* proposities zijn in elk consistent systeem. Dit verbrijzelde de droom van een compleet wiskundig raamwerk.

Tweede onvolledigheidsstelling van Gödel

De tweede stelling van Gödel stelt dat een consistent formeel systeem zijn eigen consistentie niet kan bewijzen. Dit betekent dat we een formeel systeem nooit volledig kunnen vertrouwen, omdat we er niet zeker van kunnen zijn dat het vrij is van tegenstrijdigheden.

Het systeem vertrouwen vereist geloof in zijn axioma's!

Deze stellingen hebben ingrijpende implicaties gehad voor wiskunde, filosofie en zelfs informatica. Ze tonen ons de grenzen van formele systemen en dwingen ons om het idee onder ogen te zien dat sommige waarheden niet in één enkel kader kunnen worden gevat.

De stellingen impliceren ook beperkingen voor AI. Zelfs als een machine binnen een consistent formeel systeem werkt, zullen er waarheden zijn die hij niet kan bewijzen. Dit roept vragen op over de ultieme mogelijkheden van AI en hoe we denken over machine-intelligentie.

Datum aangemaakt

2023/05/17

default watermark