
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Magisch vierkant

Beschrijving

Onlangs zag ik weer *Albrecht Dürer's* gravure *Melencolia I*, waarin hij een 4x4 magisch vierkant had opgenomen. Ik vroeg mij af of hij de eerste was die in dergelijke vierkanten geïnteresseerd was. Maar nee!

Oorsprong

Magische vierkanten blijken juist te behoren tot de oudst bekende wiskundige objecten. De eerst bekende is natuurlijk de kleinst mogelijke versie: het 3 x 3 magische vierkant.

Volgens Chinese legenden stamt die uit 2800 v.Chr. Volgens deze legenden stroomde de rivier Lo geregeld over. Men geloofde dat er offers aan de riviergod gebracht moesten worden om de rivier te kalmeren, maar ieder offer bleek tevergeefs.

Na weer zo'n overstroming merkte een kind op, dat er een schildpad op het land aanspoelde, met negen opmerkelijke tekens op haar schild, in een drie bij drie raster. Op het allereerste gezicht zag men niet echt iets opvallends aan dat vierkant.

Bij nadere beschouwing bleek echter, dat er negen verschillende getallen (1 t/m 9) op het schild stonden, en dat de kolommen, de rijen en de diagonalen alle dezelfde som opleverden, namelijk 15. Dit werd als een duidelijke opdracht beschouwd en leidde uiteindelijk tot het brengen van 15 offers aan de riviergod, om de rivier te kalmeren.

Dit vierkant werd voortaan *Lo Shu* genoemd, wat betekent: *Boek van de rivier Lo*.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Het *Lo Shu* vierkant wordt in astrologische kringen ook wel het *Saturnusvierkant* genoemd.

DE som van alle getallen in dit vierkant is 45. Dit vierkant heeft nog een hogere magische eigenschap, namelijk: $4^2 + 9^2 + 2^2 = 8^2 + 1^2 + 6^2 = 101$, en $4^2 + 3^2 + 8^2 = 2^2 + 7^2 + 6^2 = 89$.

Elk magisch vierkant met drie velden kan worden verkregen uit het Lo Shu vierkant door rotatie of spiegeling. Er zijn namelijk op het Lo Shu vierkant enkele variaties mogelijk. Door kanteling van de rijen verschuiven deze, maar blijft de magische constante = 15 gelijk.

Het eerste 4 bij 4 magische vierkant verscheen rond 1100 in India.

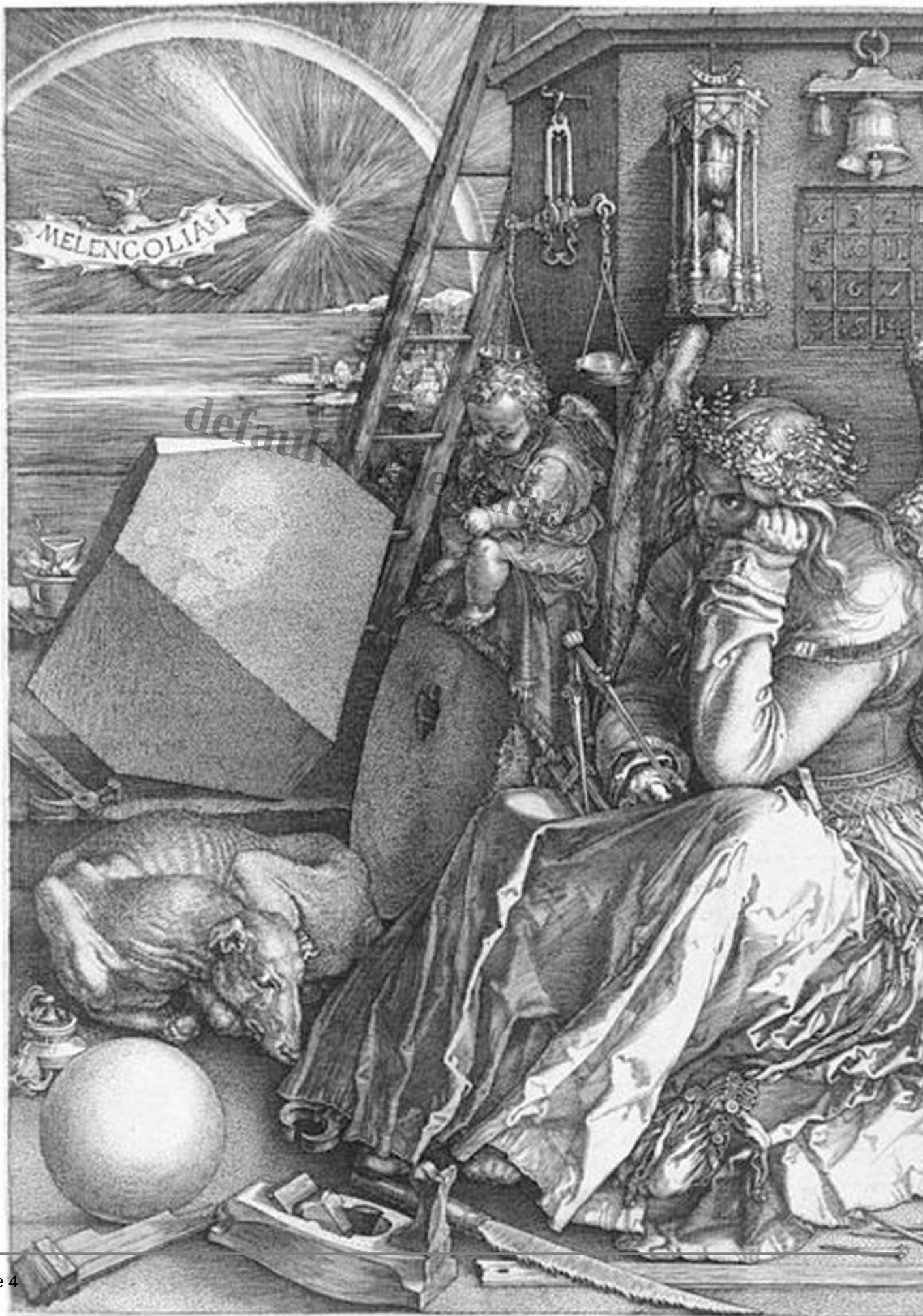
Middeleeuwen

Ook de Europeanen raakten geïnteresseerd in de magische vierkanten uit het Oosten. Tot de zestiende eeuw werden de magische vierkanen hier nog beschouwd als figuren met toverkracht. Ze werden gebruikt voor het bezweren van geesten.

In de eeuw van de verlichting werden magische vierkanten de geliefkoosde onderwerpen van de rekenkunstenaars en wiskundigen.

Een uit die tijd bekend magisch vierkant komt voor op de, al genoemde, gravure *Melencolia I* van *Albrecht Dürer*¹ uit 1514.

default watermark



Het magische vierkant is rechtsboven afgebeeld en heeft op de onderste rij 1514 het jaar waarin de gravure gecreëerd werd! Hieronder een beter zicht op het vierkant:

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Dit magisch vierkant is opmerkelijk omdat niet alleen de rijen, kolommen en diagonalen dezelfde som 34 hebben, maar onder meer ook:

- de vier hoekpunten;
- de vier middelste getallen;
- de blokken van 2×2 getallen in de linkerboven-, rechterboven-, linkerbeneden- of rechterbenedenhoek;
- de twee middelste getallen in de eerste en laatste kolom resp. in de bovenste en onderste rij.

Definitie

Door de wiskundigen werd een magisch vierkant gedefinieerd als een vierkant, dat als een dambord verdeeld is in n^2 velden. In die n^2 velden zet men de getallen 1, 2, ..., n^2 zodanig, dat zij zowel horizontaal als verticaal, maar ook in de diagonalen steeds dezelfde som geven.

Als klassiek voorbeeld uit die tijd werd $n = 4$ gekozen. Het constante getal (de som van rij, kolom en diagonaal) van dit vierkant is vervolgens: $\frac{1}{2}n(n^2 + 1)$, waarbij n = aantal velden.

Als je dit invult voor een 4×4 dan wordt dit: $2(16 + 1) = 34$. Dit is ook waar voor 3×3 : $1.5(9 + 1) = 15$.

¹ **Albrecht Dürer** (1471-1528) was een Duits kunstschilder, tekenaar, maker van houtsneden en kopergravures, kunsttheoreticus, meetkundige en humanist. Zijn atelier specialiseerde zich in druktechnieken. Met name de kopergravure maakte een grote oplage mogelijk.

Een van Dürers bekendste prenten is *Melencolia I*, die een visie geeft op de melancholie. De Romeinse I slaat waarschijnlijk op het type zwartgalligheid, volgens de indeling in drie types door de Duitse humanist *Cornelius Agrippa*. Bij type I, *Melencolia Imaginativa*, waar kunstenaars aan zouden lijden, heeft verbeelding de overhand op verstand.

- Rechtsonder zit een trieste figuur met vleugels. De figuur steunt het hoofd op de linkerhand en kijkt verbijsterd voor zich uit, ondanks de lauwerkrans. De lichaamshouding is die van de vroegere voorbeelden van melancholie. In de rechterhand heeft de figuur een passer en daaronder een boek. De figuur draagt een weelderige jurk met in de plooien een geldbeurs en sleutels. Ondanks alle middelen zit de figuur er verslagen bij, de kern van de melancholie.
- Overal symbolische voorwerpen en dieren. Aan de voeten van de figuur liggen een bol en links een groot veelvlak. Een hond - symbool van de trouw - ligt in een kronkel te slapen.
- Boven het hoofd hangen een weegschaal in evenwicht, een zandloper, een doods klok en een magisch vierkant met het jaartal 1514 erin, waarvan alle diagonalen, rijen, kolommen en 2×2 hoeken opgeteld het getal 34 opleveren: symbolen van wiskunde, de nieuwe wetenschappelijke ontdekkingen en de vergankelijkheid.
- In het midden een -putto- op een molensteen die schrijft.
- Op de grond een hamer, een schaaf, graveerstiften en een zaag, gereedschap van timmerman en kunstenaar.
- Op de achtergrond links een regenboog, een fel licht (zon of komeet) en een vleermuis die de titel *Melencolia I* van de prent als banier draagt en een ladder. In de verte een stad aan de kust van een zee of meer, waarin het felle licht weerkaatst.

Een interpretatie is dat de vleugels verwijzen naar de goddelijkheid van de ziel, maar deze mens is niet goddelijk, want aan de aarde gebonden. De symbolen staan voor het wikken en wegen van de mens, die zich ondanks kennis en wetenschap na de arbeid onbevredigd voelt met het tijdelijke en vergankelijke.

De melancholie komt voort uit onzekerheid over het bestaan. De goddelijke bovenzinnelijke werkelijkheid die op de achtergrond nog duidelijk aanwezig is, werd vanaf de vijftiende eeuw langzamerhand verdrongen door het -nieuwe licht-. Dat licht valt rechts buiten beeld op de

figuur en stelt de ontwikkeling van de empirische wetenschappen voor. Melancholie en vertwijfeling is het gevolg van de tweespalt tussen twee totaal verschillende mens- en wereldbeelden.

De Melencolia I wordt ook genoemd in het boek *Het Verloren Symbool* van *Dan Brown*. Hierin staat op een doosje waarin de gouden deksteen van een piramide wordt bewaard: 1514 AD. AD staat voor Albrecht Dürer, en 1514 is een verwijzing naar de Melencolia I.

Datum aangemaakt

2026/02/18

default watermark