



Sophie Germain en Fermat's laatste stelling

Beschrijving

In dit bericht het waargebeurde verhaal van *Sophie Germain*, een 18e-eeuwse vrouw die de identiteit van een man aannam om haar passie na te streven, in een poging Fermat's laatste stelling te bewijzen.

Van Pythagoras naar Fermat

De stelling van Pythagoras leidt tot een van de best begrepen vergelijkingen in de wiskunde:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Er zijn veel geheel getal oplossingen voor deze vergelijking, bijvoorbeeld:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

In de 17e eeuw stelde de Franse wiskundige *Pierre de Fermat* een uitdaging voor toekomstige generaties wiskundigen.

$$x^3 + y^3 = z^3$$

$$x^4 + y^4 = z^4$$

$$x^5 + y^5 = z^5$$

$$x^6 + y^6 = z^6$$

etc.

Hoewel deze vergelijkingen vergelijkbaar lijken met de vergelijking van Pythagoras, beweert de laatste stelling van Fermat dat deze vergelijkingen geen oplossingen hebben. De moeilijkheid om te bewijzen dat dit het geval is, draait om het feit dat er een oneindig aantal vergelijkingen zijn, en een oneindig aantal mogelijke waarden voor x , y , en z . Het bewijs moet bewijzen dat er geen oplossingen bestaan binnen deze oneindigheid van oneindigheden. Niettemin beweerde Fermat dat hij een bewijs had. Het bewijs is nooit opgeschreven, dus de uitdaging was om het bewijs van Fermat's laatste stelling te herontdekken.

Aan het begin van de 19e eeuw had de laatste stelling van Fermat zichzelf al gevestigd als het meest uitdagende probleem in de getaltheorie. Wiskundigen waren er alleen maar in geslaagd aan te tonen dat er geen oplossingen zijn voor de volgende vergelijkingen:

$$x^3 + y^3 = z^3$$
$$x^4 + y^4 = z^4$$

Maar dan blijven er nog een oneindig aantal andere vergelijkingen over, en wiskundigen moesten nog steeds aantonen dat geen van deze oplossingen had. Er was geen vooruitgang totdat een jonge Franse vrouw de achtervolging van Fermats verloren bewijs nieuw leven inblies.

Sophie Germain en de Franse Revolutie

Sophie Germain werd op 1 april 1776 geboren als dochter van een koopman, *Ambroise-Francois Germain*. Buiten haar werk zou haar leven gedomineerd worden door de onrust van de *Franse Revolutie*. In het jaar dat ze haar liefde voor getallen ontdekte, werd de *Bastille* bestormd en werd haar studie van calculus overschaduwd door het schrikbewind dat daarop volgde.

Hoewel haar vader financieel succesvol was, behoorden Sophie's familieleden niet tot de aristocratie. Was ze geboren in de high society, zou studie van wiskunde misschien acceptabeler geweest zijn. Hoewel aristocratische vrouwen niet actief werden aangemoedigd om wiskunde te studeren, werd van hen verwacht dat ze over voldoende kennis van het onderwerp beschikten om over het onderwerp te kunnen converseren als het tijdens een beleefd gesprek naar voren zou komen. Daartoe werd een reeks leerboeken geschreven om jonge vrouwen te helpen de nieuwste ontwikkelingen op het gebied van wiskunde en wetenschappen te begrijpen.

Francesco Algarotti was de auteur van *De filosofie van Sir Isaac Newton uitgelegd voor het gebruik van dames*. Omdat Algarotti geloofde dat vrouwen alleen geïnteresseerd waren in romantiek, probeerde hij de ontdekkingen van Newton te verklaren via de flirterige dialoog tussen een markiezin en haar gesprekspartner.

De gesprekspartner schetst de omgekeerde kwadratenwet van zwaartekracht-aantrekking, waarop de markiezin haar eigen interpretatie geeft van deze fundamentele wet van de natuurkunde. *Ik kan het niet laten om te denken dat deze verhouding in de vierkanten van de afstanden van plaatsen zelfs in de liefde wordt waargenomen. Dus na acht dagen afwezigheid wordt liefde 64 keer minder dan de eerste dag.*

Archimedes dood als inspiratie

Het is niet verrassend dat dit genre boeken niet verantwoordelijk was voor het inspireren van Sophie Germain's interesse in wiskunde. De gebeurtenis die haar leven veranderde, vond plaats toen ze op een dag door de bibliotheek van haar vader rondkeek en toevallig het boek *Geschiedenis van de wiskunde* van *Jean-Étienne Montucla* tegenkwam. Het hoofdstuk dat het meeste tot haar verbeelding sprak was Montucla's essay over het leven van *Archimedes*. Zijn verslag van de ontdekkingen van Archimedes was ongetwijfeld interessant, maar wat haar fascinatie vooral aanwakkerde was het verhaal rond zijn dood.

Archimedes had zijn leven in *Syracuse* doorgebracht met het studeren van wiskunde in relatieve rust, maar toen hij eind zeventig was, werd die vrede wreed verstoord door het binnenvallende Romeinse leger. Volgens de legende was Archimedes tijdens de invasie zo verdiept in de studie van een geometrische figuur in het zand dat hij niet reageerde op de ondervraging van een Romeinse soldaat. Als gevolg hiervan werd hij dood gespietst.

Germain concludeerde dat als iemand zo verteerd zou kunnen worden door een geometrisch probleem dat dit tot zijn dood zou kunnen leiden, wiskunde het meest boeiende onderwerp ter wereld moest zijn. Ze begon zichzelf onmiddellijk de basisprincipes van getaltheorie en calculus te leren, en al snel werkte ze tot diep in de nacht aan het bestuderen van de werken van *Euler* en *Newton*. Maar deze plotselinge interesse in zo'n onvrouwelijk onderwerp baarde haar ouders zorgen en ze probeerden haar wanhopig af te schrikken.

Een vriend van de familie, graaf *Guglielmo Libri-Carrucci dalla Sommaja*, schreef hoe Sophie's vader haar kaarsen en kleding in beslag nam en eventuele verwarming verwijderde om haar te ontmoedigen.



Sophie aan de studie

Slechts een paar jaar later in *Groot-Brittannië* zou de jonge wiskundige *Mary Somerville* ook haar kaarsen in beslag laten nemen door haar vader, die beweerde dat *“hier een einde aan moest maken, anders zullen we Mary een dezer dagen in een keurslijf hebben.”*• In het geval van Germain reageerde ze door een geheime voorraad kaarsen bij te houden en zichzelf in beddengoed te wikkelen. Libri-Carrucci beweerde dat de winternachten zo koud waren dat de inkt in de inktpot bevroor, maar Sophie ging hoe dan ook door. Ze werd door sommige mensen omschreven als verlegen en ongemakkelijk, maar ze was ongetwijfeld ook enorm vastberaden. Uiteindelijk gaven haar ouders toe en gaven Sophie hun zegen.

Germain is nooit getrouwd en gedurende haar hele carrière financierde haar vader haar onderzoek en steunde haar pogingen om door te breken in de gemeenschap van wiskundigen. Vele jaren was dit de enige aanmoediging die ze kreeg. Er waren geen mathematici in de familie die haar kennis konden laten maken met de nieuwste ideeën en haar docenten weigerden haar serieus te nemen.

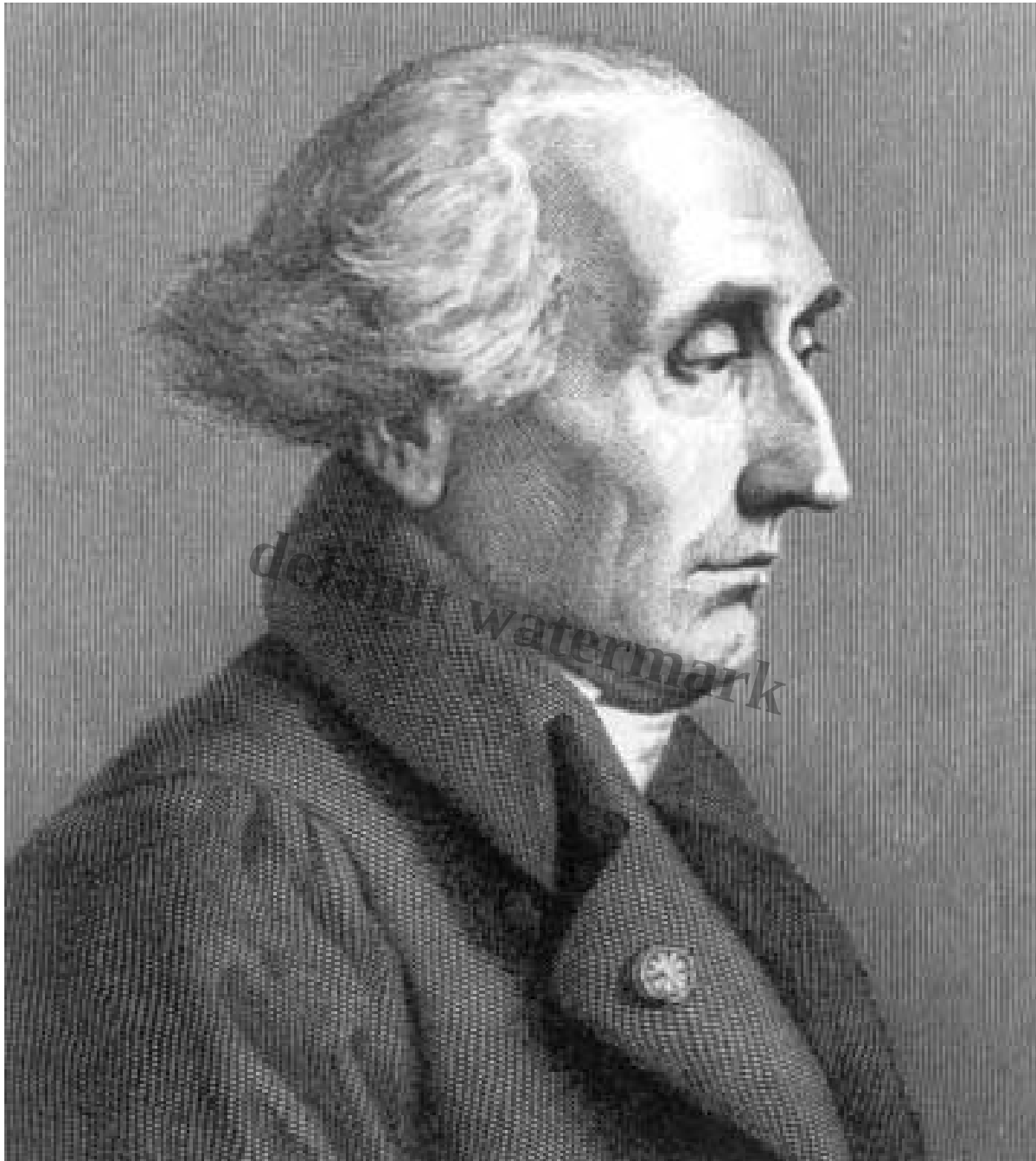
Monsieur Le Blanc

In 1794 werd in *Parijs* de *Ecole Polytechnique* geopend. Die werd opgericht als een academie van uitmuntendheid om wiskundigen en wetenschappers voor de natie op te leiden. Dit zou voor Germain een ideale plek zijn geweest om haar wiskundige vaardigheden te ontwikkelen, was het niet feit dat het een instelling was die alleen voor mannen was gereserveerd. Ze ging de confrontatie met het bestuursorgaan van de academie niet aan, maar nam in plaats daarvan haar toevlucht tot heimelijk studeren aan de *Ecole* door de identiteit aan te nemen van een voormalig student aan de academie, *Monsieur Antoine-August Le Blanc*.

Het bestuur van de academie was zich er niet van bewust dat de echte monsieur Le Blanc Parijs had verlaten en bleef aantekeningen en problemen voor hem drukken. Germain kreeg derhalve alles wat voor Le Blanc bedoeld was, en elke week diende ze onder haar nieuwe pseudoniem haar werk in.

Lagrange

Alles verliep volgens plan totdat de begeleider van de cursus, *Joseph-Louis Lagrange*, de genialiteit van de antwoordbladen van Monsieur LeBlanc niet langer kon negeren. De oplossingen van Monsieur Le Blanc waren niet alleen wonderbaarlijk energiek, maar vertoonden ook een opmerkelijke transformatie bij een student die voorheen berucht was vanwege zijn verschrikkelijke wiskundige vaardigheden.



Joseph-Louis Lagrange

Lagrange, een van de beste wiskundigen van de negentiende eeuw, verzocht om een ontmoeting met de hervormde student en Germain werd gedwongen haar ware identiteit bekend te maken. Lagrange was verbaasd en blij de jonge vrouw te ontmoeten, en werd haar mentor en vriend. Eindelijk had Sophie Germain een leraar die haar kon inspireren, en met wie ze open kaart kon spelen over haar vaardigheden en ambities.

Gauss

Germain groeide in zelfvertrouwen en ze stapte over van het oplossen van problemen in haar cursuswerk naar het bestuderen van onontdekte gebieden van de wiskunde. Het allerbelangrijkste was

dat ze geïnteresseerd raakte in de getaltheorie en onvermijdelijk hoorde ze van de laatste stelling van Fermat. Ze werkte een aantal jaren aan het probleem en bereikte uiteindelijk het stadium waarin ze geloofde dat ze een belangrijke doorbraak had bereikt. Ze moest haar ideeën bespreken met een collega-getaltheoreticus en besloot dat ze rechtstreeks naar de top zou gaan en de grootste getaltheoreticus ter wereld, de Duitse wiskundige *Carl Friedrich Gauss*, zou raadplegen.



Carl Fiedrich Gauss

Gauss wordt algemeen erkend als de meest briljante wiskundige die ooit heeft geleefd. Germain was zijn werk voor het eerst tegengekomen door zijn meesterwerk te bestuderen *Disquisitiones arithmeticae*, de belangrijkste en uitgebreide verhandeling sinds Euclides *Elements*. Het werk van Gauss beïnvloedde elk gebied van de wiskunde, maar vreemd genoeg publiceerde hij nooit iets over de laatste stelling van Fermat.

In één brief toonde hij zelfs minachting voor het probleem. Zijn vriend, de Duitse astronoom *Heinrich Olbers*, had Gauss geschreven waarin hij hem aanmoedigde om mee te dingen naar een prijs die door de *Parijse Academie* was aangeboden voor een oplossing voor Fermats uitdaging: *“Het lijkt mij, beste Gauss, dat je hier druk mee moet worden.”* Twee weken later antwoordde Gauss: *“Ik ben zeer dankbaar voor uw nieuws over de prijs in Parijs. Maar ik moet bekennen dat de laatste stelling van Fermat als een geïsoleerd voorstel voor mij heel weinig interesse heeft, want ik zou gemakkelijk een groot aantal van dergelijke stellingen kunnen neerleggen, die men niet zou kunnen bewijzen dat ze niet bewezen zijn.”*

Gauss had recht op zijn mening, maar Fermat had duidelijk verklaard dat er een bewijs bestond. Historici vermoeden dat Gauss in het verleden had geprobeerd enige impact op het probleem te hebben, maar er niet in was geslaagd, en dat zijn reactie op Olbers slechts een geval van intellectueel zure druiven was. Niettemin was hij, toen hij de brieven van Germain ontving, voldoende onder de indruk van haar doorbraak dat hij tijdelijk zijn ambivalentie ten opzichte van Fermats laatste stelling vergat.

Priemgetallen

Germain had een nieuwe benadering van het probleem aangenomen, die veel algemener was dan eerdere strategieën. Haar directe doel was niet om te bewijzen dat een aparte vergelijking geen oplossingen had, maar om iets te zeggen over verschillende vergelijkingen. In haar brief aan Gauss schetste ze een berekening die zich concentreerde op die vergelijkingen waarin n gelijk is aan een bepaald type priemgetal.

Priemgetallen zijn getallen die geen delers hebben. Zo is 11 priemgetal omdat 11 geen delers heeft, dus niets zal zich in 11 verdelen zonder een rest over te laten (behalve 11 en 1). Aan de andere kant is 12 geen priemgetal omdat meerdere getallen zich zullen delen in 12, dus 2, 3, 4 en 6. Germain was geïnteresseerd in die priemgetallen p zodanig dat $2p + 1$ ook een priemgetal is. Germain's lijst met priemgetallen bevat 5, omdat 11 ($2 \times 5 + 1$) ook een priemgetal is, maar omvat niet 13, omdat 27 ($2 \times 13 + 1$) is geen priemgetal is.

Voor waarden van n gelijk aan deze Germain-priemgetallen kon ze aantonen dat er waarschijnlijk geen oplossingen voor de vergelijking

$$x^n + y^n = z^n$$

waren.

Germain's werk aan Fermats laatste stelling zou haar grootste bijdrage aan de wiskunde zijn, maar aanvankelijk werd haar doorbraak niet gecrediteerd.

Toen Germain Gauss schreef, was ze nog in de twintig, en hoewel ze in Parijs een reputatie had

verworven, vreesde ze dat de grote man haar vanwege haar geslacht niet serieus zou nemen. Om zich te beschermen nam Germain opnieuw haar toevlucht tot haar pseudoniem en ondertekende haar brieven als Monsieur Le Blanc.

Haar angst en respect voor Gauss wordt getoond in een van haar brieven aan hem: *“Helaas is de diepgang van mijn intellect niet gelijk aan de vraatzucht van mijn eetlust, en ik voel een soort onfatsoenlijkheid bij het verontrusten van een geniale man”*. Gauss, zich niet bewust van de ware identiteit van zijn correspondent, probeerde Germain op zijn gemak te stellen en antwoordde: *“Ik ben blij dat rekenkundige beelden in jou zo’n bekwame vriend hebben gevonden.”*

Napoleon

Germain's bijdrage zou zonder keizer *Napoleon* voor altijd ten onrechte zijn toegeschreven aan de mysterieuze Monsieur Le Blanc. In 1806 viel Napoleon *Pruisen* binnen en stormde het *Franse* leger door de ene *Duitse* stad na de andere. Germain vreesde dat het lot dat Archimedes overkwam, ook het leven zou kunnen kosten van haar andere grote held Gauss, dus stuurde ze een boodschap naar haar vriend, generaal *Joseph-Marie Pernety*, met het verzoek de veiligheid van Gauss te garanderen. De generaal was geen wetenschapper, maar zelfs hij was zich bewust van de grootste wiskundige ter wereld, en zoals gevraagd, zorgde hij voor Gauss en legde hem uit dat hij zijn leven te danken had aan mademoiselle Germain. Gauss was dankbaar maar verrast, want hij had nog nooit van Sophie Germain gehoord.



Napoleon

Het spel was uit. In Germain's volgende brief aan Gauss onthulde ze met tegenzin haar ware identiteit. In plaats van boos te zijn op het bedrog, schreef Gauss haar met vreugde terug:

Maar hoe ik u mijn bewondering en verbazing kan beschrijven toen ik zag dat de gewaardeerde correspondent Monsieur Le Blanc zichzelf veranderde in dit illustere personage dat zo'n briljant voorbeeld geeft van wat ik moeilijk zou kunnen geloven. Een voorliefde voor de abstracte wetenschappen in het algemeen en boven alle mysteries van getallen is buitengewoon zeldzaam: je bent er niet verbaasd over: de betoverende charmes van deze sublieme wetenschap onthullen zich alleen aan degenen die de moed hebben er diep op in te gaan. Maar wanneer een persoon van het geslacht die, volgens onze gewoonten en vooroordelen, oneindig veel meer moeilijkheden moet ondervinden dan mannen, om zich vertrouwd te maken met deze netelige onderzoeken, er niettemin in slaagt deze obstakels te overwinnen en de meest obscure delen ervan binnen te dringen, dan moet ze zonder twijfel de nobelste moed, heel buitengewone talenten en superieur genie bezitten.

Sophie Germain's correspondentie met Carl Gauss inspireerde veel van haar daarop volgende werk, maar in 1808 eindigde de relatie abrupt. Gauss was benoemd tot hoogleraar *Astronomie* aan de *Universiteit van Göttingen*, en zijn interesse verschoof van getaltheorie naar meer toegepaste wiskunde, en hij nam niet langer de moeite om Germain's brieven te beantwoorden. Zonder haar mentor begon haar zelfvertrouwen af te nemen en binnen een jaar verliet ze de pure wiskunde.

Hoewel ze geen verdere bijdragen leverde aan het bewijzen van Fermat's laatste stelling, konden anderen voortbouwen op haar werk.

Fysica

Na Fermat begon Germain aan een veelbewogen carrière als natuurkundige, een discipline waarin ze opnieuw zou uitblinken om vervolgens weer geconfronteerd te worden met de vooroordelen van het establishment. Haar belangrijkste bijdrage was *Memoir on the Vibrations of Elastic Plates*, een briljant inzichtelijk artikel dat de basis zou leggen voor de moderne elasticiteitstheorie.

Als resultaat van dit onderzoek en haar werk aan de laatste stelling van Fermat ontving ze een medaille van het *Institut de France* en werd ze de eerste vrouw, die lezingen bijwoonde aan de Academie van Wetenschappen. Tegen het einde van haar leven herstelde ze haar relatie met Carl Gauss, die de Universiteit van Göttingen ervan overtuigde haar een eredoctoraat toe te kennen. Tragisch genoeg stierf Sophie Germain, voordat de universiteit haar de eer kon schenken, aan borstkanker.

Datum aangemaakt

2026/03/15